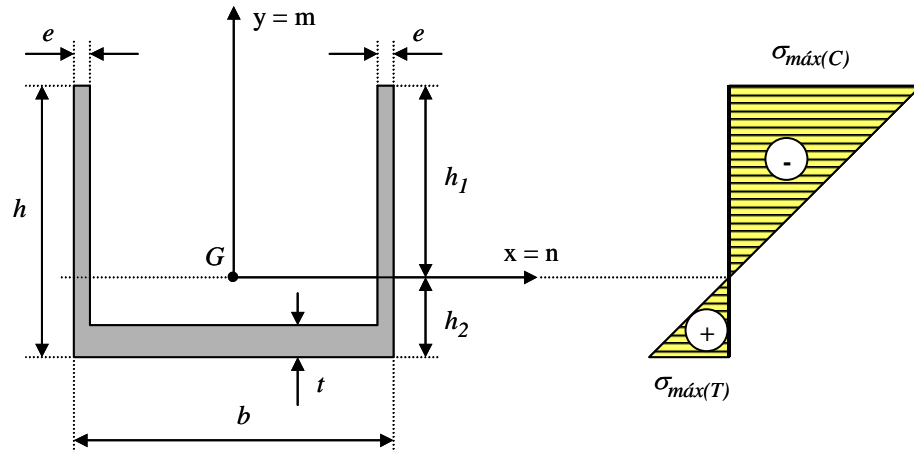


Ejercicio N° 3- Enunciado

La sección transversal que se observa en la figura 3.1 pertenece a una viga sometida a flexión simple normal (M_{f_x}) con concavidad hacia arriba. La misma está construida de un material frágil (fundición), donde la relación K entre las tensiones admisibles de compresión $\sigma_{adm(C)}$ y tracción $\sigma_{adm(T)}$ se indica en la tabla 3.1.

**Figura 3.1**

b	e	t	$K = \frac{\sigma_{máx(C)}}{\sigma_{máx(T)}}$	M_{f_x}
cm	cm	cm		kN cm
20	1	2	3	550

Tabla 3.1

Se solicita determinar:

1. La altura h racional del perfil y la respectiva ubicación del eje neutro n .
2. Los valores de las tensiones normales máximas de compresión $\sigma_{máx(C)}$ y tracción $\sigma_{máx(T)}$.

Ejercicio N° 3- Resolución**1. Cálculo de la altura h y de la posición del eje neutro n**

Teniendo en cuenta que la ley de variación de las tensiones normales σ_z es lineal y conocido el valor de K , se tiene por semejanza de triángulos:

$$\frac{\sigma_{adm(C)}}{h_1} = \frac{\sigma_{adm(T)}}{h_2} \quad (1)$$

Siendo:

$$\sigma_{adm(C)} = 3 \cdot \sigma_{adm(T)}$$

Se tiene que:

$$3 \cdot \frac{\sigma_{adm(T)}}{h_1} = \frac{\sigma_{adm(T)}}{h_2}$$

En consecuencia:

$$h_2 = \frac{h_1}{3} \quad (2)$$

Además, como:

$$h = h_1 + h_2$$

$$h = h_1 + \frac{h_1}{3} = \frac{4}{3} \cdot h_1$$

Es decir:

$$h_1 = \frac{3}{4} \cdot h \quad (3)$$

$$h_2 = \frac{1}{4} \cdot h \quad (4)$$

Por otra parte, como se observa en la figura 3.2, siendo el eje neutro n baricéntrico, el momento estático S_n o de primer orden del área de la sección transversal indicada, respecto de dicho eje neutro $n = x$ debe ser nulo. Planteando la expresión de dicho momento, respecto del eje n :

$$S_n = 2 \cdot (e \cdot h_1) \cdot \frac{h_1}{2} - 2 \cdot (e \cdot h_2) \cdot \frac{h_2}{2} - (t \cdot b_2) \cdot \left(h_2 - \frac{t}{2} \right) = 0$$

Reemplazando por los valores:

$$S_n = 2 \cdot (1 \cdot h_1) \cdot \frac{h_1}{2} - 2 \cdot (1 \cdot h_2) \cdot \frac{h_2}{2} - (2 \cdot 18) \cdot \left(h_2 - \frac{2}{2} \right) = 0$$

$$S_n = h_1^2 - h_2^2 - 36 \cdot h_2 + 36 = 0 \quad (5)$$

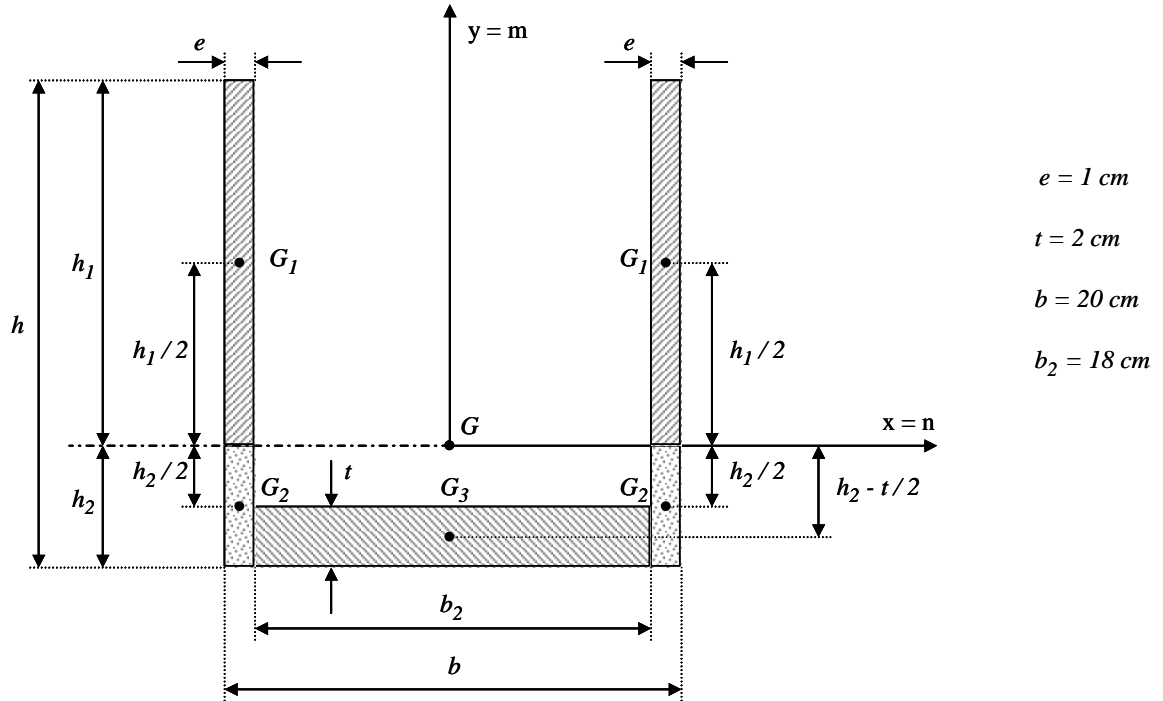


Figura 3.2

Reemplazando (3) y (4) en (5):

$$S_n = \left(\frac{3}{4} \cdot h\right)^2 - \left(\frac{1}{4} \cdot h\right)^2 - 36 \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot h\right) + 36 = 0$$

$$S_n = \frac{1}{2} \cdot h^2 - 9 \cdot h + 36 = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado, se calcula la altura h de la sección:

$$h = \frac{9 + \sqrt{9^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 36}}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 9 + \sqrt{81 - 72} = 9 + 3$$

Finalmente, la altura h de la sección será:

$$h = 12 \cdot \text{cm}$$

Por otro lado, la ubicación del eje neutro se obtiene de la siguiente manera: siendo

$$h_1 = \frac{3}{4} \cdot h \quad \text{y} \quad h_2 = \frac{1}{4} \cdot h$$

Reemplazando por el valor de h :

$$h_1 = \frac{3}{4} \cdot 12 \quad h_1 = 9 \cdot \text{cm} \quad (6)$$

$$h_2 = \frac{1}{4} \cdot 12 \quad h_2 = 3 \cdot \text{cm} \quad (7)$$

Verificación:

Con dichos valores h_1 y h_2 , debe cumplirse que $S_n = 0$. Reemplazando (6) y (7) en (5):

$$S_n = 9^2 - 3^2 - 36 \cdot 3 + 36 = 81 - 9 - 108 + 36 = 0$$

Como se observa, se verifica que $S_n = 0$.

2. Cálculo de las tensiones normales máximas $\sigma_{m\acute{a}x(C)}$ y $\sigma_{m\acute{a}x(T)}$

En primer lugar, debe calcularse el valor de $J_n = J_x$:

$$J_n = J_x = 2 \cdot \frac{e \cdot h_1^3}{3} + 2 \cdot \frac{e \cdot h_2^3}{3} + \frac{b_2 \cdot t^3}{12} + (b_2 \cdot t) \cdot \left(h_2 - \frac{t}{2} \right)^2$$

Siendo:

$$h_1 = 9 \cdot cm \quad h_2 = 3 \cdot cm \quad e = 1 \cdot cm \quad t = 2 \cdot cm \quad b_2 = 18 \cdot cm$$

Reemplazando:

$$J_n = J_x = 2 \cdot \frac{1 \cdot 9^3}{3} + 2 \cdot \frac{1 \cdot 3^3}{3} + \frac{18 \cdot 2^3}{12} + (18 \cdot 2) \cdot \left(3 - \frac{2}{2} \right)^2$$

$$J_n = J_x = 486 + 18 + 12 + 144$$

$$J_n = J_x = 660 \cdot cm^4$$

Los respectivos módulos resistentes serán:

$$W_{n1} = \frac{J_n}{h_1} = \frac{660}{9} \quad W_{n1} = 73,33 \cdot cm^3$$

$$W_{n2} = \frac{J_n}{h_2} = \frac{660}{3} \quad W_{n2} = 220 \cdot cm^3$$

Finalmente, se tiene que:

$$\sigma_{m\acute{a}x(C)} = \frac{Mf_x}{W_{n1}} = \frac{550}{73,33} \quad \sigma_{m\acute{a}x(C)} = 7,50 \cdot kN/cm^2$$

$$\sigma_{m\acute{a}x(T)} = \frac{Mf_x}{W_{n2}} = \frac{550}{220} \quad \sigma_{m\acute{a}x(T)} = 2,50 \cdot kN/cm^2$$

Se observa, además, que se cumple la relación K planteada. Es decir:

$$K = \frac{\sigma_{m\acute{a}x(C)}}{\sigma_{m\acute{a}x(T)}} = \frac{7,50}{2,50} \quad K = 3$$